

Agrandissement et réduction.

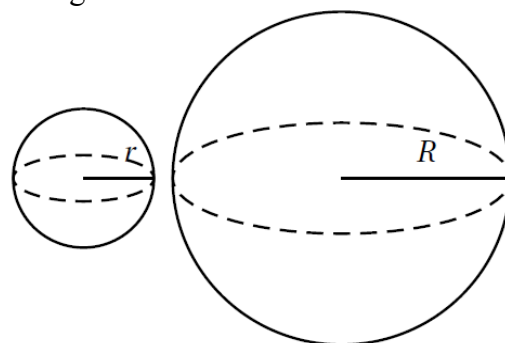
Exercice 1.

Une bouteille a une contenance de 1L soit $1\,000\text{ cm}^3$.

Un industriel décide de construire une bouteille de même forme mais où les mesures seraient 1,5 fois plus grande (c'est à dire $k=1,5$). Quel est le volume de la bouteille agrandie ?

Exercice 2. Brevet 2009, QCM.

Une petite sphère a pour rayon r . Une grande sphère a pour rayon R , tel que $R = 3r$. Soient v le volume de la petite sphère et V le volume de la grande sphère. Quelle égalité est vraie ? Entoure la bonne réponse ? $V=3v$; $V=9v$; $V=27v$



Exercice 3.

Une photo de 21cm de large et de 29,7cm de long est réduite en une petite image de $24,948\text{ cm}^2$.

- 1) Quelle est l'aire de la photo initiale ?
- 2) Quelle est le facteur de réduction k ?
- 3) Quelles sont les dimensions (largeur et longueur) de la petite image réduite ?

Exercice 4.

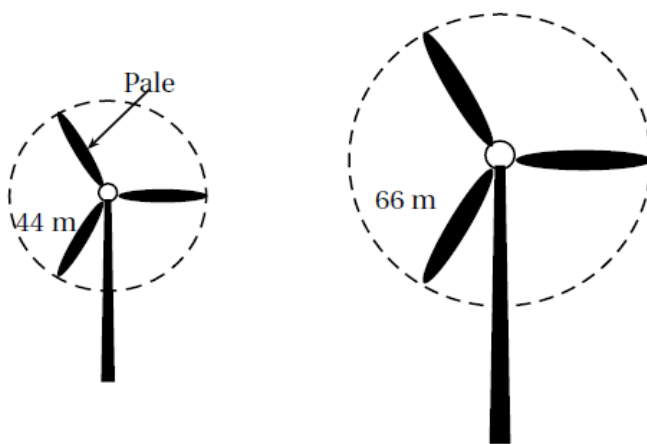
Un petit champ de 100 m^2 apparaît sur un plan comme un carré de 1 cm^2 .

- 1) Combien y a-t-il de cm^2 dans 1 m^2 ?
- 2) Quelle en cm^2 est la surface du champs dans la réalité ?
- 3) Quel est le facteur de réduction pour passer du champ à sa représentation sur le plan ?

Exercice 5. Brevet septembre 2010

Les trois pales d'une éolienne décrivent un disque en tournant. On considère que la longueur des pales est le rayon de ce disque.

1. a. Calculer l'aire de ce disque avec des pales de 44 m.
b. Même question avec des pales de 66 m.
2. On admet que la puissance de l'éolienne est proportionnelle à l'aire du disque décrit par les pales. Par quel nombre va-t-on multiplier la puissance fournie si on utilise des pales de 66 m au lieu de 44 m ?



Exercice 6. Brevet Polynésie 2010.

Avec un projecteur de cinéma, une image sur un film est projetée sur un écran. Sur le film, une image rectangulaire de 70 mm de long et 52,5 mm de large peut être agrandie sur un écran jusqu'à 588 m^2 .

1. On appelle format de l'image le rapport : $\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}}$

Montrer que l'image sur le film est au format $\frac{4}{3}$.

2. Calculer en mm^2 l'aire de l'image sur le film. Convertir en m^2 .

3. Pour obtenir un image de 588 m^2 sur l'écran, la longueur et la largeur de l'image sur le film ont été multipliées par un coefficient. Le format $\frac{4}{3}$ de l'image est conservé.

Quelles sont les dimensions sur l'écran ? Justifier votre démarche.

Agrandissement et réduction : correction

Exercice 1.

Si $k=1,5$ alors $k^3=3,375$.

Le volume de la bouteille agrandie est $1\ 000\text{ cm}^3 \times 3,375$ soit $3\ 375\text{ cm}^3$ ou $3,375\text{ L}$.

Exercice 2. Brevet 2009.

Si $k=3$ alors k^3 vaut 3^3 soit 27. Nous avons donc $V=27v$.

Exercice 3.

1) $21 \times 29,7 = 623,7$ L'aire de la photo initiale est $623,7\text{ cm}^2$.

2) $24,948 : 623,7 = 0,04$ l'aire a été multipliée par 0,04 (k^2) cela signifie que les longueurs ont été multipliées par $\sqrt{0,04}$ soit 0,2. Le facteur de réduction k est 0,2.

3) $21 \times 0,2 = 4,2$ et $29,7 \times 0,2 = 5,94$

Les dimensions de l'image réduite sont 4,2 cm de large et 5,94 cm de long.

Remarque : On vérifie que $4,2 \times 5,94 = 24,948$.

Exercice 4.

1) $1\text{ m}^2 = 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 100\text{ cm} \times 100\text{ cm} = 10\ 000\text{ cm}^2 = 10^4\text{ cm}^2$

2) $10^4 \times 100 = 10^6$. Le champs fait 100 m^2 ou 10^6 cm^2 . (un million de cm^2).

3) $\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$ ou 0,000 001

Pour passer du champs à sa représentation sur un plan on multiplie par 0,000 001 (ce qui correspond à k^2).

$\sqrt{0,000001} = 0,001$ ou 10^{-3} . Ici k vaut 0,001. Les dimensions ont été multipliées par 0,001.

Remarque : Sur la carte nous avons un carré de 1 cm^2 donc un carré de 1cm de côté. Le champs, lui a donc des côtés 1000 fois plus grand, c'est à dire de 1 000 cm ou 10m. C'est un très petit champ !

Exercice 5. Brevet septembre 2010

1a) $Pi \times 44^2 \approx 6079$. L'aire de ce disque est environ $6\ 079\text{ m}^2$.

1b) $Pi \times 66^2 \approx 13\ 678$. L'aire avec des pôle de 66m est $13\ 678\text{ m}^2$.

2. 1ère méthode : $\frac{13678}{6079} \approx 2,25$ (calcul de k^2)

2ème méthode : $\frac{66}{44} = 1,5$ (calcul de k) et donc le facteur d'agrandissement est (k^2) $1,5^2 = 2,25$.

On multiplie la puissance fournie par 2,25.

Exercice 6. Brevet Polynésie 2010.

1) Ici l'image a pour longueur 70 mm et pour largeur 52,5 mm.

1ère méthode : simplifications successives : $\frac{70}{52,5} = \frac{70 \times 10}{52,5 \times 10} = \frac{700}{525} = \frac{700 : 5}{525 : 5} = \frac{140}{105} = \frac{140 : 35}{105 : 35} = \frac{4}{3}$

Le format de l'image vaut $\frac{4}{3}$.

2ème méthode : recherche du PGCD(700 ; 525) par l'algorithme d'Euclide, nous verrons cela plus tard dans l'année.

2) $70\text{mm} \times 52,5\text{mm} = 3675\text{mm}^2$.

L'aire de l'image sur le film est $3\ 675\text{ mm}^2$.

Le calcul en m^2 donne :

$$0,07\text{m} \times 0,0525\text{m} = 0,003675\text{m}^2 = 3,675 \times 10^{-3}\text{ m}^2$$

L'aire de l'image sur le film est $0,003675\text{ m}^2$.

Autre façon de convertir.

$$1\text{ m}^2 = 1\text{m} \times 1\text{m} = 1\ 000\text{mm} \times 1\ 000\text{mm} = 1\ 000\ 000\text{mm}^2 = 10^6\text{ mm}^2$$

1 m^2 vaut 1 million de mm^2 , d'où le tableau de proportionnalité suivant :

| | | |
|-----------------------|---------|------|
| Aire en m^2 | 1 | x |
| Aire en mm^2 | 1000000 | 3675 |

$x = 3675 \times 1 : 100000 = 0,003675$ ou $3,675 \times 10^{-3}$. L'aire de l'image sur le film est $0,003675\text{ m}^2$.

3) $588 : 0,003675 = 160\ 000$

Par la projection, l'aire de l'image sur l'écran est multipliée par 160 000. C'est à dire, si k est le facteur d'agrandissement k , nous avons $k^2 = 160\ 000$. Comme k est positif, $k = \sqrt{160\ 000} = 400$.

Les mesures de l'image ont donc été multipliées par 400.

$$70\text{mm} \times 400 = 28000\text{ mm} = 28\text{m} \text{ et } 52,5\text{mm} \times 400 = 21\ 000\text{mm} = 21\text{m}.$$

Les dimensions de l'écran sont donc 28 m et 21 m.

Remarque : $28\text{ m} \times 21\text{ m} = 588\text{ m}^2$